

El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria¹

Soledad Estrella^{II}
Raimundo Olfos^{II}
Arturo Mena-Lorca^{II}

Resumen

En este estudio desarrollamos un cuestionario sobre el saber del profesor de primaria en su conocimiento disciplinario de estadística y en su conocimiento para llevar a cabo la enseñanza de la estadística, centrado en el conocimiento del profesor en relación al saber estadístico del alumno y la enseñanza del contenido estadístico. Se incluyeron tres elementos de la educación estadística: comprensión gráfica, diferenciación de niveles cognitivos y comprensión generada al cambiar de sistemas de representación. La construcción de los ítems del cuestionario integró dichos elementos con los conocimientos sobre los errores y dificultades comunes de los alumnos en el aprendizaje de la Estadística y de la Probabilidad. El cuestionario considera un total de catorce ítems y fue aplicado a 85 profesores de educación primaria y a sus respectivos alumnos (de grados 4 y 7), pertenecientes a escuelas chilenas. El cuestionario posee validez de contenido otorgada por ocho expertos. Se presenta el cuestionario completo, y a partir de dos ítems se muestran los resultados de los profesores y de sus alumnos. Se propone al formador de profesores promover actividades de generación de ítems, para que los futuros profesores reflexionen sobre la enseñanza del contenido estadístico y construyan un conocimiento respecto al saber estadístico del alumno.

Palabras clave

I- La investigación presentada agradece el financiamiento de PIA – CONICYT, Proyecto CIE-05 2010 del Centro de Investigación Avanzada en Educación. Agradecemos la lectura meticulosa de los ítems propuestos y los valiosos aportes de la Dra. Ana Serrado-Bayes, Dra. María Alejandra Sorto y Dra. Ismenia Guzmán Retamal.

II- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.
Contactos: soledad.estrella@ucv.cl;
raimundo.olfos@ucv.cl;
arturo.mena@ucv.cl

Enseñanza de la estadística – Didáctica de la estadística – Conocimiento pedagógico del contenido – Educación estadística – Instrumento – Cuestionario.

Pedagogical content knowledge of statistics among primary school teachers¹

Soledad Estrella^{II}
Raimundo Olfos^{II}

Arturo Mena-Lorca^{II}

Abstract

In this study, we developed a questionnaire on the knowledge of Statistics among primary school teachers and their knowledge of how to teach statistics. This questionnaire focused on teacher awareness of student statistical knowledge and the teaching of statistical content. Three items related to statistical education were included: graph comprehension, differentiation between cognitive levels, and the understanding that arises from changing representational systems. When constructing questionnaire items, these features were included along with information on typical mistakes and difficulties experienced by students learning statistics and probability. The questionnaire comprised a total of 14 items and was administered to 85 primary school teachers and their respective students (n = 994) in Chilean schools. The content validity of the questionnaire was confirmed by 8 experts. The entire questionnaire is not included, and teacher and student performance are given for 2 of its items. Teacher trainers are advised to promote item-generation activities for future teachers to reflect on the teaching of statistical content and to build their awareness of student statistical knowledge.

Keywords

Statistics teaching – Didactics of mathematics – Pedagogical content Knowledge – Statistical education – Instrument – Questionnaire.

I- This research acknowledges financial support from PIA-CONICYT Project CIE-05 2010 of the Center for Advanced Research in Education, Chile. We appreciate careful reading of the proposed items and valuable contributions by Dr. Ana Serrado-Bayes, Dr. María Alejandra Sorto and Dr. Ismenia Guzmán Retamal.

II- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.
Contacts: soledad.estrella@ucv.cl;
raimundo.olfos@ucv.cl;
arturo.mena@ucv.cl

Introducción

*On peut espérer que la Didactique, [...],
contribuera à améliorer la diffusion de la statistique.*
Brousseau (2009).

En la mayoría de los países la inserción de la estadística en el nivel escolar se declara en el sector de matemática, y desde el currículo demanda diversas habilidades y conocimientos a los profesores de primaria quienes son los responsables de implementar el programa de estudio en sus aulas.

En Chile existe un debate social sobre la calidad de la educación. Los egresados de pedagogía han obtenido bajos resultados en matemática, lo que ha suscitado modificaciones en las mallas profesionales y reflexión en los centros de enseñanza. Sin embargo, las diversas propuestas de solución que emergen y se llevan a cabo tanto para la formación inicial como para la continua de profesores, ofrecen pocos resultados positivos, prueba de ello son los magros puntajes en las pruebas nacionales e internacionales que muestran un estancamiento o un muy escaso progreso.

A nivel escolar la matemática y la estadística operan en mundos distintos, con lenguajes y concepciones diferentes: una trata principalmente con lo determinístico y deductivo; y la otra trata con lo estocástico y lo inductivo, donde la variación y el contexto real son esenciales en la enseñanza de la estadística (DEL PINO; ESTRELLA, 2012; ESTRELLA; OLFOS, 2012; GROTH, 2007; STHOL, 2005). Por tanto, es necesario que los formadores de profesores y los estudiantes a profesor, en programas de formación inicial y continua de profesores, consideren que cada contenido matemático y estadístico posee complejidades diferentes que demandan una forma distinta de enseñanza (BEN-ZVI; GARFIELD, 2004; FRANKLIN; GARFIELD, 2006).

Desde un par de décadas atrás emerge la investigación sobre el profesor en su conocimiento disciplinario y en su

conocimiento profesional para llevar a cabo la enseñanza. El constructo del conocimiento pedagógico del contenido busca respuestas que ayuden en la especificación del conocimiento profesional necesario en la enseñanza para incrementar el aprendizaje en los alumnos (SHULMAN, 1986, 1987). Durante las últimas tres décadas, la investigación en matemática educativa ha consolidado cuerpos teóricos en constante desarrollo - por ejemplo la educación matemática, la didáctica de la matemática y la socioepistemología - que proveen soluciones y aproximaciones a las muchas problemáticas de la educación. La investigación en educación.

Estadística es incipiente y a nivel hispanoamericano se reconocen el grupo de trabajo en didáctica de la estadística, probabilidad y combinatoria de la Sociedad española de investigación en educación matemática; el grupo de investigación sobre educación estadística de la Universidad de Granada; y grupos latinoamericanos de didáctica de la matemática y/o matemática educativa con líneas investigativas en educación estadística de algunos centros universitarios de Argentina, Brasil, Colombia, México y Chile.

Los profesores de primaria requieren manejar un conocimiento profundo de la estadística de nivel escolar, para que adquieran la capacidad para criticar, producir y analizar estadísticas; y para que en su rol de enseñante posean una comprensión profunda de los errores sistemáticos de los alumnos, del uso apropiado de las herramientas y representaciones, y manejen un amplio repertorio de tareas, preguntas y contextos particulares que ayuden a los aprendices a conectar sus ideas estadísticas.

Con el fin de construir un instrumento que midiera dicho conocimiento, se realizó un estudio de antecedentes sobre el avance histórico en la construcción de los objetos estadísticos, las dificultades comunes con las representaciones, el conocimiento

pedagógico del contenido y los enfoques actuales de la educación estadística; temas que serán precisados más adelante.

El instrumento fue validado externamente a través de un panel de ocho jueces especialistas, cuatro extranjeros y cuatro chilenos, quienes en forma individual dirimieron en qué aspecto de las dimensiones del conocimiento pedagógico del contenido de estadística ubicaban los ítems propuestos (ESTRELLA, 2010).

La validez de contenido respecto a su conocimiento pedagógico exigió una alta valoración del panel para incluir un ítem en el instrumento final (ver Tabla II). Este proceso de validez entregó un instrumento final de catorce ítems que de manera proporcional al currículo chileno posee ítems de estadística, inferencia y probabilidad; y de manera equitativa contiene ítems que miden dos dimensiones del conocimiento pedagógico del contenido del profesor: la enseñanza del contenido estadístico y su conocimiento respecto al saber del alumno.

Marco teórico

La construcción del instrumento consideró el constructo del conocimiento pedagógico del contenido de Shulman (BALL; HILL; BASS, 2005; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HILL et al, 2007; HILL; BALL; SCHILLING, 2008; SHULMAN, 1986, 1987) y tres elementos importantes en la enseñanza de la estadística: la taxonomía sobre la comprensión gráfica de Curcio (CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001; SHAUGHNESSY; GARFIELD; GREER, 1996; SHAUGHNESSY, 2007), la diferenciación de los niveles cognitivos de Garfield (2002), y el concepto de transnumeración de Wild y Pfannkuch (1999).

Conocimiento pedagógico del contenido

Shulman (1986, 1987) afirma que la docencia se inicia cuando el profesor

reflexiona sobre qué se debe aprender y cómo será aprehendido por sus estudiantes, y en esos procesos reflexivos las creencias, teorías implícitas y otras formas de pensamiento interactúan con las variables del contexto para configurar las acciones que se concretan en el aula. Desde la década de los ochenta este autor resaltó los procesos de enseñanza, la investigación en educación ha distinguido tres dimensiones básicas del conocimiento del profesor: el conocimiento del contenido (CC), el conocimiento pedagógico del contenido¹ (CPC), y el conocimiento pedagógico. Este estudio se ocupa principalmente de dos de las contribuciones de Shulman y sus colaboradores: el replantear el estudio del conocimiento del profesor de manera a atender al rol del contenido en la enseñanza, y presentar la comprensión del contenido como un tipo especial de conocimiento técnico fundamental para la profesión de la enseñanza. En el contexto de la matemática escolar, el conocimiento de contenido de la materia corresponde a lo que Ma (2010) conceptualiza como una comprensión profunda de las matemáticas elementales.

Los diferentes trabajos publicados sobre el CPC evidencian cuantitativamente que la investigación en educación estadística es escasa. Pinto Sosa (2010), encuentra que los temas más investigados fueron las fracciones y las funciones, y que el mayor número de investigaciones versan sobre el conocimiento del contenido a enseñar (cerca del 88%), mientras que menos de la mitad estudia el conocimiento pedagógico específico del contenido o del conocimiento del proceso de aprendizaje del estudiante. Uno de los estudios sobre la enseñanza de la estadística corresponde al de Burgess (2007),

1- Algunos autores de habla hispana, denominan el CPC como conocimiento didáctico del contenido, a nuestro parecer el cambio de pedagógico por didáctico iguala ambos conceptos, estableciendo inapropiadamente que lo didáctico es sinónimo de pedagógico. En este artículo y en adelante, las siglas CPC corresponden al conocimiento pedagógico del contenido entendido como conocimiento didáctico de la disciplina específica.

en el cual plantea un marco para indagar en el conocimiento del profesor basándose en aspectos de su conocimiento matemático y sobre los fundamentos del pensamiento estadístico. Una de las conclusiones de Burgess es que el conocimiento del contenido y estudiantes y conocimiento del contenido y enseñanza quedan agrupados según el CPC de Shulman (1987); y que dada la diferencia entre los aprendizajes matemáticos y estadísticos, algunos de los componentes de Ball y colaboradores (2008) pueden no ser adecuados para la enseñanza y aprendizaje de la estadística.

Hill y colaboradores (2007, 2008) establecen tres categorías del CPC: el conocimiento de la relación de los alumnos con el contenido (CRAC), el conocimiento de la enseñanza del contenido, y el conocimiento del currículo. El CRAC hace referencia a la familiaridad del profesor con el pensamiento matemático de los alumnos, como también a los errores comunes de ellos. Con respecto a cómo aprenden los alumnos, distinguen entre errores comunes de los alumnos y explicaciones a los errores; comprensión del conocimiento de los alumnos y cuándo una producción del alumno muestra más comprensión; secuencia de desarrollo del alumno (tipos de problemas por edad, qué aprende primero, de qué es capaz); y estrategias de cálculo comunes en los alumnos.

Las dimensiones adoptadas en este estudio sobre el CPC, incluyen la enseñanza y conocimiento del profesor en relación al saber del alumno. La enseñanza entendida como adaptación del saber al nivel escolar y que comprende el conocimiento del currículo, la organización de las tareas matemáticas estadísticas escolares, las concepciones del profesor sobre la estadística, las concepciones del profesor del aprendizaje; y el CRAC, como conocimiento del profesor en relación al saber del alumno y que comprende sus conocimientos adquiridos

(conceptualizaciones de los alumnos), las dificultades más frecuentes de los alumnos, sus posibles errores y sus estrategias usuales.

Elementos de la enseñanza de la estadística

La taxonomía sobre la comprensión gráfica

La comprensión gráfica en cuanto a niveles de lectura es investigada en educación estadística (AOYAMA, 2007; BAILLÉ; VALLÉRIE, 1993; BERTIN, 1967; CURCIO, 1989; FRIEL; CURCIO; BRIGHT, 2001, SHAUGHNESSY, 2007). Curcio (1989) define tres tipos de comprensión de gráficos; el cuarto tipo es la ampliación de los niveles anteriores realizada por Shaughnessy, Garfield y Greer en 1996. El nivel de comprensión *leer datos* requiere una acción local y específica como la lectura literal del gráfico, se atiende únicamente a los hechos explícitamente representados, por lo tanto no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo; *leer entre los datos* implica comparar e interpretar valores de los datos, integrar los datos en el gráfico, buscar relaciones entre las cantidades y aplicar procedimientos matemáticos simples a los datos, entendiendo tanto la estructura básica del gráfico como las relaciones contenidas en él; *leer más allá de los datos* involucra la extrapolación de datos, predecir e inferir a partir de los datos sobre informaciones que solo están implícitamente presentes en el gráfico, requiere conocer el contexto en que los datos se presentan; y finalmente, *leer detrás de los datos* es la ampliación de las tres clasificaciones anteriores, y se refiere a mirar críticamente el uso del gráfico y conectar la información gráfica con el contexto para realizar un análisis profundo y un razonamiento causal basado en el conocimiento de la materia y la experiencia; incluye examinar la calidad de los datos y la metodología de recolección, la sugerencia de una posible explicación, y la elaboración de modelos alternativos y representaciones gráficas.

La jerarquización según niveles cognitivos fue inicialmente desarrollada por Garfield (2002), y se originó en el aprendizaje de la estadística a nivel de educación superior. Desde su origen anglosajón se denominan *statistical literacy*, *statistical reasoning*, y *statistical thinking*; la alfabetización estadística incluye las habilidades básicas que se usan para comprender la información estadística, como organizar datos, construir y presentar tablas, y trabajar con diferentes representaciones de datos, e incluye la comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos, y una comprensión de la probabilidad como una medida de incertidumbre (BEN-ZVI; GARFIELD, 2004; GARFIELD; BEN-ZVI, 2007).

Estos últimos autores establecen que el razonamiento estadístico se puede definir como lo que hacen las personas al razonar con ideas estadísticas y dar sentido a la información estadística, ello significa comprender y explicar los procesos estadísticos y ser capaz de interpretar cabalmente los resultados estadísticos. Esta interpretación implica tomar decisiones basadas en conjuntos de datos, representaciones de los datos, o medidas de resumen estadístico de los datos, es así que el razonamiento estadístico puede conectar un concepto a otro (como la centralidad y la dispersión), o combinar ideas acerca de la estadística y la probabilidad.

El pensamiento estadístico representa un nivel cognitivo superior, implica una comprensión de por qué y cómo se realizan las investigaciones estadísticas, ello incluye reconocer y comprender el proceso de investigación completo (desde la pregunta planteada, la recopilación de datos, la elección de los análisis, los supuestos de las pruebas, entre otros); la comprensión de cómo los modelos se utilizan para simular fenómenos aleatorios, de cómo los datos se originan para

estimar las probabilidades, reconociendo cómo, cuándo, y por qué las herramientas de inferencia existentes pueden utilizarse, e involucra la capacidad de comprender y utilizar el contexto de un problema para planificar y evaluar las investigaciones y obtener conclusiones (CHANCE, 2002).

La transnumeración: cambio de representación en estadística

La transnumeración consiste en obtener una nueva información al cambiar de un sistema de representación a otro para generar comprensión, idea relacionada a los registros semióticos de Duval (1999). Los creadores del concepto de transnumeración, (WILD; PFANNKUCH, 1999), lo describen como un proceso dinámico en que se pone en juego la habilidad para ordenar datos adecuadamente, crear tablas o gráficos de los datos, y encontrar medidas para representar el conjunto de datos. La transnumeración indica la comprensión que surge en este proceso dinámico de cambio de representaciones en diversos registros.

Desde la perspectiva de modelización existen tres tipos de transnumeración: a partir de la medida que captura las cualidades o características del mundo real, al pasar de los datos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos, y al comunicar este significado que surge de los datos de una forma que sea comprensible a otros.

Para obtener una representación adecuada y efectiva de los datos, los estudiantes necesitan progresar a través de los procesos en que los datos se transforman y que encarnan la transnumeración: decidir qué mensaje transmitir a partir de los datos, determinar qué tipo de representación usar, elegir un método de cálculo para transformar los datos, y finalmente utilizar estos datos transformados en la representación elegida (CHICK, 2003).

Metodología de desarrollo del instrumento

Antecedentes de la construcción

Como se señalaba, el instrumento fue construido según el estado del arte de los nuevos enfoques de educación estadística, del conocimiento pedagógico del contenido y del currículo, con validez de contenido para medir el CPC y el CC que posee un profesor de educación primaria para la enseñanza de la estadística dado el currículo en Chile (CHILE, 2009).

Para cada ítem se consideró: el contenido incluido en el currículo de primaria chileno, la clasificación taxonómica de comprensión gráfica según Curcio (1989) — leer datos, leer entre datos y leer más allá de los datos —, la clasificación según Garfield (2002) — alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico —, la clasificación según conocimiento del contenido estadístico en la enseñanza (CPC), conocimiento del profesor en relación al saber del alumno (CRAC), y considerándose también las diversas traducciones entre representaciones -de texto escrito a gráfica, de tabla a gráfica, de gráfica a texto escrito, de texto a texto, de texto escrito a tabla, y de tabla a texto escrito.

Específicamente se buscó disponer de ítems referidos al conocimiento del contenido que demanda el nuevo currículo al profesor y los nuevos enfoques en educación estadística; y también, disponer de ítems referidos al conocimiento pedagógico del contenido que demanda este nuevo currículo, esto es: ítems referidos al conocimiento de los profesores acerca de la enseñanza del contenido, e ítems referidos al conocimiento de los profesores acerca de la relación de los alumnos, con el contenido en estadística, inferencia y probabilidad.

Cada ítem se vincula, en primer lugar, a una de las áreas del contenido disciplinar; en segundo término, cada ítem muestra una situación que lo contextualiza y dota de significado; y, en tercer lugar, cada ítem supone activar determinadas habilidades y capacidades de enseñanza de los profesores.

Desde otra perspectiva, la estrategia escogida para construir un banco de ítems de estadística tuvo en cuenta los planos cognitivos, epistémicos y didácticos, y buscó equilibrar:

- a) el contenido estadístico del currículo al que se refieren los problemas o tareas propuestas (plano cognitivo)
- b) las competencias de enseñanza que debe activar el profesor para conectar su conocimiento de los alumnos en relación con la estadística (plano cognitivo y epistémico)
- c) las competencias de enseñanza que activan el uso de representaciones matemáticas-estadísticas efectivas (plano cognitivo y didáctico)
- d) las competencias de enseñanza que debe activar el profesor para realizar una adaptación de la estadística al nivel escolar (plano didáctico).

Inicialmente se construyeron ítems de conocimiento del contenido estadístico, posteriormente se crearon y refinaron ítems que midiesen el conocimiento pedagógico del contenido estadístico. Este banco de ítems relativos a estadística, inferencia y probabilidad bajo el marco curricular de primaria en Chile, fue puesto reiteradamente a prueba y recibió variados ajustes.

El instrumento integra problemas y/o situaciones contextualizadas, y es un cuestionario de tipo mixto con un 10% de preguntas abiertas y un 90% de alternativas.

Tabla I- Características del instrumento inicial según contenido, taxonomía de comprensión gráfica, nivel cognitivo del aprendizaje, categoría del CPC y tipo de transnumeración.

| Currículo | | Proceso para comprensión gráfica | | | | Nivel cognitivo de aprendizaje | | | Categoría del CPC | | Transnumeración |
|---------------------------|-------------------------------|----------------------------------|------------|------------------|----------------------------|--------------------------------|--------------|-------------|-------------------|---------------|-----------------------------|
| Ítem y Contexto | Autor | contenido | leer datos | leer entre datos | leer más allá de los datos | alfabetización | razonamiento | pensamiento | CPC - Enseñanza | CPC - Alumnos | Traducción Representaciones |
| 1 Dulces | Estrella 2010 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | Gr a Te |
| 2 Tom | Watson y Kelly 2003 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | Gr a Te |
| 3 Libros | Estrella 2010 | ✓ | ✓ | ✓ | -- | ✓ | ✓ | -- | ✓ | ✓ | Gr a Te |
| 4 Perro-Gato | Estrella 2010 | ✓ | ✓ | ✓ | -- | ✓ | ✓ | -- | - | - | Te a Ta |
| 5 Ruleta gira | Torok y Watson, 2000 | ✓ | ✓ | ✓ | -- | ✓ | ✓ | -- | ✓ | - | Te a Gr |
| 6 Ruleta | Torok y Watson 2000 | ✓ | -- | -- | ✓ | -- | ✓ | ✓ | ✓ | - | Gr a Te |
| 7 Olimpiadas | Garret y García Cruz 2005 | ✓ | -- | -- | ✓ | -- | ✓ | ✓ | ✓ | - | Gr a Te |
| 8 Sondeo | PISA 2003 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | -- | -- | ✓ | - | Te |
| 9 Publicidad | TIMSS 2007 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | -- | ✓ | Te |
| 10 Alumno hablan | Garfield 2003 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | ✓ | - | Ta a Te |
| 11 Alumnos pesan | Liu 1998 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | ✓ | - | Ta a Te |
| 12 Curso A, B | TIMSS 2007 | ✓ | ✓ | ✓ | -- | ✓ | ✓ | -- | -- | ✓ | Gr a Te |
| 13 Monedas | Fischbein y Schnarch 1997 | ✓ | -- | -- | ✓ | ✓ | ✓ | -- | -- | - | Te |
| 14 Nacidos | Fischbein y Schnarch 1997 | ✓ | -- | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | ✓ | Te |
| 15 Lotería | Fischbein y Schnarch 1997 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | -- | ✓ | Te |
| 16 Dados | Fischbein y Schnarch 1997 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | -- | ✓ | Te |
| 17 Terremoto | PISA 2003 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | -- | ✓ | -- | Te |
| 18 Árboles Gráf. horinz | TIMSS 2007 | ✓ | ✓ | ✓ | -- | ✓ | ✓ | -- | -- | ✓ | Ta a Gr |
| 19 Árboles Gráfico vertic | LLECE 2009 | ✓ | ✓ | -- | -- | ✓ | -- | -- | -- | -- | Ta a Gr |
| 20 Mascotas | Sorto 2004, Sorto et al. 2009 | ✓ | -- | -- | -- | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | Ta a Te |

Fuente: Estrella (2010).

Nota: Nomenclatura para representaciones, Ta indica tabla, Te indica Texto, Gr indica gráfico

En la construcción de los ítems se consideró situar el problema a la realidad local, cognitiva y psicológica de los alumnos de los niveles en que el profesor debe enseñar, además de la concordancia con el área de estadística del currículo chileno (CHILE, 2009). Se seleccionaron ítems de investigaciones y de pruebas internacionales que explícitamente habían sido construidos para activar procesos del pensamiento y razonamiento estadístico, (ver Tabla I) tales

como hacer suposiciones sobre los datos del problema, reflexionar, generalizar y formalizar al resolver el problema. En la construcción de los distractores de las alternativas se buscó que éstos representaran las dificultades y errores recurrentes de los sujetos señalados por la literatura; las observaciones de algunos jueces y las pruebas piloto con alumnos y profesores en formación inicial y continua, contribuyeron considerablemente a precisar esta tarea.

Resultados de la validación de contenido

La validez de contenido generalmente involucra el juicio de expertos que valora la adecuación de los ítems de la prueba al área de conocimientos o desempeños que se propone medir. En el caso de este instrumento, el criterio determinado y previamente establecido es el conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido de profesores que enseñan Estadística en primaria con el ajuste curricular.

Para la validez de contenido este estudio utilizó el coeficiente de validez de

contenido V de Aiken (1985), que establece que para un grupo de ocho jueces por lo menos siete estén de acuerdo para que el ítem sea válido, con una escala dicotómica (aprueba o desaprueba el ítem en un aspecto del constructo) alcanzando coeficiente V iguales o superiores a 0,88, a un nivel de significación estadística de $p < 0,05$.

La tabla II muestra los códigos de los ítems y número de subítem, y los coeficientes V de Aiken asociados según el CPC, CRAC y Enseñanza, y el área de Estadística que cubre, para un criterio alto (V igual o superior a 0,88) y criterio moderado (V igual o superior a 0,7 y menor a 0,88) (AIKEN, 1985).

Tabla II- Coeficientes V de Aiken (1985) para cada ítem con criterio alto y $p < 0,05$, y coeficientes V totales, (se incluye la información de los ítems con criterio moderado de los jueces).

| | CRAC | | Enseñanza | | V total | Total ítems |
|--------------|---|--------------------------|---|----------------|---------------|-------------|
| Estadística | I1-1P(1) | | I1-3P(1) | | 0,97 alta | 7 |
| | I2-2P(1) | I1-2P(0,75) | I2-1P(1) | | | |
| | I4-2P(0,9) | I3-2P(0,7) I3-3P(0,7) | I10-1P(0,88) I11-1P(1) | I12-1P(0,78) | moderada 0,73 | 4 |
| Probabilidad | I5-2P(1) | | I5-3P(1) | | 0,94 alta | 6 |
| | I6-2P(0,89) I7-2P(0,89) I8-2P(0,88) | I5-5P(0,73) | I5-4P(0,73) I5-6P(0,82) | | | |
| | | | I13-2P(1) | | moderada 0,76 | 3 |
| Inferencia | I9-3P(0,88) I9-4P(1) | | | I9-6P(0,7) | 0,916 alta | 5 |
| | | | I14-1P(0,9) I15-1P(0,8) I16-2P(1) | | | |
| V total | 0,94 alta | 0,72 moderado | 0,95 alta | 0,758 moderado | 0,95 | 18 8 |
| Total | 9 | 4 | 9 | 4 | 18 | 8 |

Fuente: datos de la pesquisa.

Para el CRAC, conocimiento del profesor en relación al saber del alumno, se obtuvo que de los nueve subítems que conforman esta dimensión, con criterio alto, cuatro de ellos alcanzan una V de 1,00, y cinco subítems alcanzaron una V mayor que 0,88, hallándose una V total de 0,94.

Para enseñanza se obtuvo que de los nueve subítems que conforman esta dimensión, con criterio alto, seis de ellos alcanzan una V de 1,00, mientras que tres subítems alcanzaron una V mayor que 0,88, hallándose una V total de 0,95.

Por lo anterior, la validez de contenido del instrumento evaluativo construido con un criterio alto, presenta dieciocho subítems que de manera equilibrada consideran integradas las temáticas de la estadística del currículo como del constructo teórico de Shulman (1986, 1987). Específicamente el instrumento consta en sus subítems con siete de estadística, seis de probabilidad, y cinco de inferencia; respecto al constructo del CPC cuenta con nueve de CRAC y nueve de Enseñanza (ver Tabla II).

Resultado

Análisis de dos ítems del instrumento: ítem mascotas e ítem estudiantes

A continuación se presentan dos ítems del cuestionario, se detallan los temas que cubre y las dimensiones anteriormente señaladas. Además, se especifica la respuesta esperada del ítem y las respuestas entregadas por los sujetos del estudio.

Ítem mascotas y tablas

Este ítem (ESTRELLA, 2010; OLFOS; ESTRELLA, 2011) integra tópicos de estadística descriptiva e involucra los dos primeros niveles de comprensión gráfica; incluye características de la alfabetización y razonamiento estadístico según los niveles

cognitivos; y el proceso transnumerativo que va del texto al conteo y luego a la representación tabular.

Ítem 1. Juan preguntó a sus compañeros si tenían algún perro o gato de mascota. Él marcó con un ✓ las mascotas de cada uno, y recolectó la información siguiente:

| Perros y gatos de mis compañeros | | | | | |
|----------------------------------|---------|--------|----------|---------|--------|
| Héctor | perro ✓ | gato | Karla | perro ✓ | gato |
| Matías | perro | gato ✓ | María | perro | gato |
| Anita | perro | gato | Keiko | perro | gato ✓ |
| Tatiana | perro ✓ | gato | Fran | perro | gato ✓ |
| Juan | perro | gato ✓ | Yanet | perro ✓ | gato ✓ |
| | | | Rocío | perro ✓ | gato ✓ |
| | | | Diego | perro | gato ✓ |
| | | | Consuelo | perro ✓ | gato |
| | | | Isabel | perro ✓ | gato |
| | | | Seba | perro ✓ | gato |

Para completar la tabla, Juan recibió la ayuda de unos amigos.

¿Cuál de estas ayudas es correcta?

Indique la alternativa que señale los valores del interior de esta tabla,

| a) | Tiene perro | No tiene perro |
|---------------|-------------|----------------|
| Tiene gato | 2 | 6 |
| No tiene gato | 5 | 2 |
| b) | Tiene perro | No tiene perro |
| Tiene gato | 2 | 5 |
| No tiene gato | 6 | 2 |
| c) | Tiene perro | No tiene perro |
| Tiene gato | 8 | 7 |
| No tiene gato | 6 | 2 |

d) Otra

Fuente: Estrella (2010).

Este ítem fue diseñado sobre un contexto usual de mascotas (perros-gatos), con el fin de evaluar el paso desde el conteo y texto a la representación tabular. Pretende detectar la comprensión a nivel lógico del uso de tablas de doble entrada, así como la confusión entre listas yuxtapuestas en tablas de doble entrada.

Tipo de representación: tabla de doble entrada

Contenido curricular: “(nivel 2) Representación de datos cuantitativos o cualitativos, en tablas de doble entrada y

pictogramas, recolectados sobre objetos, personas y animales del entorno escolar y familiar [...]” (CHILE, 2009, p. 11).

Movilidad de registros: de lista a tabla de doble entrada, de contexto a modelo y viceversa.

Requerimiento del Ítem 1. (Conocimiento del contenido de estadística descriptiva). Interpretar recolección de datos cualitativos. Identificar y extraer de datos cuantitativos desde datos cualitativos (conteo). Leer e interpretar los encabezados de la tabla de doble entrada. Clasificar los datos y completar la tabla con datos cuantitativos.

Respuesta esperada al ítem 1. La respuesta (b) es la correcta. El distractor (a) obedece a no considerar que el dato obtenido del conteo responde a dos variables –tener o no un tipo de mascota–, específicamente cuenta ocho no perros pero no subcategoriza en si/no gato, así $2+6=8$. El distractor (c) es para aquellos que leen/completan por columnas una tabla

de doble entrada, y en *Tiene perro* completan ambas casillas con el valor 8 del conteo, y/o suman los *No tiene perro* independiente de si/no *Tiene gato*, así $5+2=7$.

Resultados del ítem mascotas y tablas.

En la aplicación de este instrumento a 85 profesores y cerca de mil alumnos del nivel 4 y nivel 7 - alumnos de dichos profesores - sólo el 51% de los profesores contesta correctamente a la pregunta *¿Cuál de estas ayudas es correcta?* Este ítem no requería construir ni interpretar la tabla, ni buscar asociaciones, sino que en el proceso de compleción de la tabla era requerido el conteo según cada categoría de la variable. Respecto a los alumnos que contestaron dicho ítem, sólo el 18% de los alumnos del nivel 4 (54 de $n=994$) y el 15% de los alumnos del nivel 7 (540 de $n=994$), respondieron correctamente.

Figura 1- Ítem estudiantes y gráfico.



i) “Tom vendrá a la escuela en tren porque no hay nada al lado de tren así que debe ser él.”

ii) ¿Cómo llevaría la comprensión del estudiante a un nivel mayor?

Fuente: Watson y Kelly (2003).

En el contexto de cómo llegan los estudiantes a la escuela, este ítem corresponde a un gráfico con pictogramas que relaciona tópicos de inferencia. Subyace un gráfico de barras múltiples horizontal y distingue la variable cualitativa género.

Adoptado desde Watson y Kelly (2003), levemente modificado en el lenguaje y en la gráfica.

Representación: Gráfico de barras múltiples horizontal con uso de pictogramas.
Contenido curricular:

(Nivel 2) Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información desde [...] pictogramas, que contienen datos cuantitativos extraídos desde el entorno escolar... para responder a preguntas planteadas. (Nivel 5) Estudio del comportamiento o tendencia de variables, mediante la lectura de gráficos[...] Descripción de eventos en situaciones lúdicas y cotidianas y argumentación acerca de la posibilidad de ocurrencia de estos. (Nivel 6) [...] estimación de la probabilidad de ocurrencia de un evento como la razón entre el número de veces en que ocurrió dicho evento y el número de repeticiones del experimento [...] (Nivel 7) Predicción respecto a la probabilidad de ocurrencia de un evento en un experimento aleatorio simple y contrastación de ellas mediante el cálculo de la frecuencia relativa asociada a dicho evento e interpretación de dicha frecuencia a partir de sus formatos decimal, como fracción y porcentual. (CHILE, 2009, p. 11).

Movilidad de registros: de gráfico a texto, de modelo a contexto y viceversa.

Las preguntas i y ii de este ítem, conciernen al conocimiento pedagógico del contenido, CPC; la primera corresponde a la dimensión enseñanza, categoría currículo; y la segunda, corresponde a la dimensión conocimiento del profesor respecto al conocimiento del alumno al saber (CRAC), categoría dificultades.

Respuestas esperadas a i y ii de este ítem.

Se consideran correctas aquellas respuestas que vinculan integrativamente elementos del contenido curricular del eje de datos y azar relacionando con escenarios de incerteza desde nivel 5 hasta nivel 8, o relaciona con inferencia en los niveles del 6 al 8. Medianamente correctas, si utiliza

términos como frecuencia, fracciones, razones, pero no los articula. Y se consideran erróneas aquellas respuestas que indican los conceptos de pictograma, lectura de gráficos, no sabe o no contesta.

Se consideran correctas propuestas de preguntas del tipo, ¿y podría venir caminando?, ¿o en bus?, ¿cómo llega la mayoría?, ¿y la minoría?, o por ejemplo comentar que el gráfico muestra todos los transportes de cómo llegar a la escuela y no necesariamente todos se usan, o si le invita a contar los alumnos que vienen en cada transporte. Se consideran erróneas respuestas con ideas sin sentido, o no sabe o no contesta, o entrega la solución correcta sin responder a la dificultad del estudiante.

Resultados del ítem estudiantes y gráfico.

El 29% de los profesores respondieron apropiadamente a la pregunta ii. La pregunta coloca al profesor en una escena en que un estudiante le entrega una interpretación errónea de la información que lee desde el gráfico, *Tom vendrá a la escuela en tren porque no hay nada al lado de tren así que debe ser él*; y es la escena la que coloca al profesor en una situación de devolución² frente a la dificultad del alumno: *¿Cómo llevaría la comprensión del estudiante a un nivel mayor?* Los resultados de la pregunta ii muestran que al menos el 70% de los profesores tiene dificultades para responder a una situación vinculada a las dificultades de estudiantes frente a la lectura interpretativa de un gráfico de barras horizontales con uso de pictogramas. Algunas de las respuestas inadecuadas y ambiguas dadas por los profesores fueron: *considerar la experiencia personal, le enseñaría a interpretar la gráfica y analizarla, le preguntaría si hay una estación de trenes cerca*

2- En el sentido de Brousseau (1998) es el profesor quien a través de preguntas o informaciones en relación con el conocimiento previsto, lleva el proceso de enseñanza de modo de favorecer los aprendizajes. En el proceso de devolución se pone en juego dos tipos de interacciones responsabilizantes en el alumno, las del alumno con el problema y las del alumno con el profesor respecto al problema.

de la escuela. Estas respuestas manifiestan la necesidad de presentar este tipo de situaciones a los profesores para que ellos adquieran la capacidad de analizar interpretativamente los gráficos, valoren la información que entregan los datos, y la utilidad de la estadística en situaciones de incerteza.

Discusión y proyecciones

Este estudio especifica la construcción de un instrumento sobre el conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria, y muestra los resultados de dos ítems del mismo, uno se relaciona con la estadística descriptiva y otro con inferencia, uno ocupa una representación gráfica y el otro, la tabular.

Los bajos desempeños de profesores y sus alumnos confirman lo señalado en estudios anteriores sobre las dificultades de adultos y de niños respecto a la estadística. Algunas investigaciones han abordado las dificultades en la lectura, interpretación, construcción y compleción de tablas simples (DUVAL, 2003; ESTRELLA, 2014; GABUCIO et al., 2010). Los magros resultados de los profesores chilenos en ejercicio, se explican por su falta de estudios y prácticas de enseñanza en este tipo de contenidos, además de no poseer la experiencia ni acceso a información que les permita entender las dificultades de comprensión de formatos usuales en estadística. Así, estos resultados son preocupantes debido a que los profesores son determinantes en el logro de los alumnos.

También son esperables los bajos resultados en los alumnos pues recientemente se ha colocado la enseñanza y aprendizaje de la estadística como un eje transversal en toda la etapa escolar. Construir, leer e interpretar gráficos y tablas es parte de la alfabetización estadística que se consigue en la escolarización, y estos contenidos están declarados en el currículo pero no han ingresado aún en las aulas.

Es preciso que los profesores y futuros profesores adquieran habilidades para criticar, construir y analizar las representaciones estadísticas que propone el currículo y con este conocimiento puedan promover situaciones de enseñanza que promuevan el aprendizaje de la estadística.

Si se considera el ajuste curricular (CHILE, 2009), la introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo llega a lo menos con una década de retraso respecto a otros países. En el análisis realizado a dicho programa de estudio, detectamos la ausencia del concepto de variabilidad, así como el tratamiento tangencial de otros conceptos, por ejemplo, el concepto de variable y el de aleatoriedad. Asimismo, no se encontró intención explícita de vincular la estadística y la probabilidad, vínculo que podría ayudar en la comprensión y conexión con la estadística inferencial.

Como proyecciones de este estudio, creemos que además de la utilización del instrumento en su rol evaluativo, la lectura y análisis del instrumento en cursos de formación docente inicial o continua permitiría desarrollar conciencia de la complejidad de la tarea de enseñar estadística que tiene el profesor de matemática.

Proponemos que los formadores de profesores provean resultados de la investigación en educación estadística y actividades de generación de ítems relativos a estadística y probabilidad como una instancia de aprendizaje proactivo, pues desarrollar la pregunta enfoca a los futuros docentes en el conocimiento estadístico, confrontando su comprensión de los fenómenos estocásticos y sus creencias sobre la enseñanza de la estadística; y a la vez, la construcción de las alternativas de respuesta pone a prueba su comprensión de los errores sistemáticos de los alumnos, del uso de las representaciones y creación de contextos, entre otros.

Por otra parte, la construcción de ítems sobre el CPC, relacionados con el currículo, los

niveles cognitivos, la comprensión gráfica y la transnumeración, conceptos de la educación estadística precisados en este estudio, posibilitarían ampliar la mirada del docente más allá del contenido, y en un espacio de discusión entre pares, permitiría confrontar y reflexionar sobre sus nociones relativas a la enseñanza y al conocimiento de la relación del alumno con el saber estadístico.

Las ideas expuestas sobre la creación de ítems y el aprendizaje de docentes deben ser probadas en futuras investigaciones. Pues si bien crear ítems como actividad de formación docente imbrica el juego de planos del conocimiento disciplinar, del conocimiento pedagógico estadístico y las perspectivas actuales de la educación estadística, debe constatar su potencial en desarrollar – en los profesores o futuros profesores una

mirada didáctica sobre el propio actuar en la tarea de enseñar un saber.

La estadística y la probabilidad son ciencias recientes si se les compara con la aritmética o la geometría, su estreno en el currículo también las hace nuevas en el contexto escolar, como también son nacientes los conocimientos sobre la didáctica de la estadística (BATANERO, 2001, 2005; ORIOL, 2007; BROUSSEAU, 2014; BROUSSEAU; WARFIELD, 2002; BROUSSEAU, 2009; SHAUGHNESSY, 2007). Estas características y el escenario actual de la escuela exigen más investigación para comprender los diversos aspectos epistémicos, cognitivos, didácticos, sociales y emocionales que surgen en la enseñanza de la estadística, pues los procesos de enseñanza aprendizaje de la estadística de nivel escolar difieren de los propios de la matemática escolar.

Referencias

- AIKEN, Lewis. Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. **Educational and Psychological Measurement**, v. 45, n. 1, p. 131-142, Springer 1985.
- AOYAMA, Kazuhiro. Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, Gazi, v. 2, n. 3, p. 298-318, oct. 2007.
- BAILLÉ, Jacques; VALLÉRIE, Bernard. Quelques obstacles cognitifs dans la lecture des représentations graphiques élémentaires. **Les Sciences de L'éducation - pour L'ère Nouvelle**, v. 1, n. 3, p. 73-104, 1993.
- BALL, Deborah; THAMES, Mark; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Washington, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BALL, Deborah; HILL, Heather; BASS, Hyman. Knowing mathematics for teaching: who knows math well enough to teach third grade and how can we decide? **American Educator**, Michigan, v. 29, p. 14-22, 2005.
- BATANERO, Carmen. **Didáctica de la estadística**. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística, 2001. Disponible en: <www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf>. Acceso en: ago. 2014.
- BATANERO, Carmen. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. Relime - **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 8, n. 3, p. 247-263, nov. 2005.
- BEN-ZVI, Dani; GARFIELD, Joan. Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. In: GARFIELD, Joan; BEN-ZVI, Dani (Eds.). **The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Dordrecht: Kluwer, 2004. p. 3-16.
- BERTIN, Jacques. **Semiologie graphique**. Paris: Gauthier-Villars, 1967.

BROUSSEAU, Guy. Alternatives en didactique de la statistique. In : JOURNÉES DE STATISTIQUE, 41., Bourdeux, 2009. **41èmes journées de statistique**. Bordeaux: IUFM Aquitaine, 2009. Disponible en: <<http://hal.inria.fr/docs/00/38/66/26/PDF/p71.pdf>>. Acceso en: 1 sep. 2014.

BROUSSEAU, Guy. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

BROUSSEAU, Guy; BROUSSEAU, Nadine; WARFIELD, Virginia. An experiment on the teaching of statistics and probability. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 20, n. 3, p. 363-441, 2002.

BURGESS, Timothy. **Investigating the nature of teacher knowledge needed and used in teaching statistics**, 2007. Tesis (Doctorado) – Educación, Massey University Palmerston North, New Zealand, 2007.

CHANCE, Beth. Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002. Disponible en: <<http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>>. Acceso en: sep. 2014.

CHICK, Helen. Transnumeration and the art of data representation. Mathematics education research: innovation, networking, opportunity. 2003. ANNUAL CONFERENCE OF MERGA, 26., 2003, Melbourne. **Proceedings of the 26th...** v. 1. Melbourne: Deakin University Press, 2003. p. 207-214.

CHILE. **Propuesta ajuste curricular**: objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios en el sector de matemática. Santiago de Chile: Ministerio de Educación, 2009.

CURCIO, Frances. **Developing graph comprehension**: elementary and middle school activities. Reston: NCTM, 1989.

DEL PINO, Guido; ESTRELLA, Soledad. Educación estadística: relaciones con la matemática. **Pensamiento Educativo**: Revista de Investigación Educativa, Santiago de Chile, v. 49, n. 1, p. 53-64, 2012.

DUVAL, Raymond. Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité? **SPIRALE - Revue de Recherches en Éducation**, v. 32, p. 7-31, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle: Grupo de Educación Matemática, 1999.

ESTRELLA, Soledad. **Conocimiento pedagógico del contenido y su incidencia en la enseñanza de la estadística, nivel de 4º a 7º año de educación básica**, 2010, 267 p. Tesis (Doctorado) - Programa de Magister en Didáctica de la Matemática, Pontificia Universidad Católica de Chile, Valparaíso, 2010.

ESTRELLA, Soledad. El formato tabular: una revisión de literatura. **Revista Actualidades Investigativas en Educación**, Costa Rica, v. 14, n. 2, p. 1-23, mayo/ago. 2014.

ESTRELLA, Soledad; OLFOS, Raimundo. La taxonomía de comprensión gráfica de curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado. **Revista Educación Matemática**, México, DF, v. 24, n. 2, p. 123-134, ago. 2012.

FISCHBEIN, Efraim; SCHNARCH, Ditz. The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 28, n. 1, p. 96-105, jan. 1997.

FRANKLIN, Christine A.; GARFIELD, Joan B. The guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) project: developing statistics education guidelines for pre K-12 and college courses. In: BURRILL, Gail F. (Ed.). **Thinking and reasoning about data and chance**: sixty-eighth NCTM Yearbook. Reston: NCTM, 2006. p. 345-375.

FRIEL, Susan; CURCIO, Frances; BRIGHT, George. Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 32, n. 2, p. 124-158, mar. 2001.

GABUCIO, Fernando et al. Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. **Cultura y Educación**, v. 22, n. 2, p. 183-197, 2010.

GARFIELD, Joan. Assessing statistical reasoning. **Statistical Education Research Journal**, New Zealand, v. 2, n. 1, p. 22-38, may 2003.

GARFIELD, Joan. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, Alexandria, v. 10, n. 3, nov. 2002.

GARFIELD, Joan; BEN-ZVI, Dani. How students learn statistics revisited: a current review of research on teaching and learning statistics. **International Statistical Review**, v. 75, n. 3, p. 372-396, dec. 2007.

GARRETT, Alexandre Joaquim; GARCÍA CRUZ, Juan. Un cuestionario y estrategias sobre los promedios. **Formación del profesorado e investigación en educación matemática**. Laguna: Universidad de La Laguna, 2005. v. 7, p. 197-217.

GROTH, Randall E. Research commentary: toward a conceptualization of statistical knowledge for teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 38, n. 5, p. 427-437, nov. 2007.

HAUGHNESSY, Michael; GARFIELD, Joan; GREER, Brian. Data handling. In: BISHOP, Alan et al. (Eds.). **International handbook of mathematics education**. Dordrecht: Kluwer, 1996. p. 205-237.

HILL, Heather et al. Validating the ecological assumption: the relationship of measure scores to classroom teaching and student learning. **Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives**, London, v. 5, n. 2-3, p. 107-118, dec. 2007.

HILL, Heather C.; BALL, Deborah Loewenberg.; SCHILLING, Steven G. Unpacking pedagogical content knowledge, conceptualizing and measuring teachers topic specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 39, n. 4, p. 327-400, July 2008.

LIU, Hui-Ju Carol. **A cross-cultural study of sex differences in statistical reasoning for college students in Taiwan and the United States**, 1998. Tesis (Doctoral) - University of Minnesota Twin Cities, Department of Educational Psychology, Minneapolis, 1998.

LLECE - Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. **Segundo estudio regional comparativo y explicativo**: SERCE, UNESCO, OREALC. Santiago de Chile: UNESCO, 2008.

MA, Liping. **Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales**: la comprensión de las matemáticas fundamentales que tiene los profesores en China y los EE.UU. Santiago de Chile: Academia Chilena de Ciencias, 2010.

OLFOS, Raimundo; ESTRELLA, Soledad. **Conocimiento pedagógico del contenido y su incidencia en la enseñanza de la estadística, nivel de 4º a 7º año de educación básica**: informe proyecto CIE-05. Santiago de Chile: CIAE, 2011.

ORIOU, Jean-Claude. **Formation à la statistique par la pratique d'enquêtes par questionnaires et la simulation**: étude didactique d'une expérience d'enseignement dans un département d'IUT. 277 p. Tesis (Doctoral) - Université Lumière Lyon 2, Ecole Doctorale EP C, Institut de Sciences et Pratiques de l'Éducation et de la Formation, Lyon, 2007.

PINTO SOSA, Jesús Enrique. **Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos**: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación. 2010, 436 p. Tesis (Doctoral) - Programa de Doctorado en Educación Matemática. Universidad de Salamanca, Departamento de Didáctica de la Matemática, Salamanca, 2010.

PISA 2003. Programme for International Student Assessment. **Released items**: technical report. OECD, 2005. Disponible en: <http://www.pisa.oecd.org/document/31/0,3746,en_32252351_32236191_41942687_1_1_1_1,00.html>. Acceso en: sep. 2014.

SHAUGHNESSY, Michael. Research on statistical learning and reasoning. In: LESTER, Frank K. J. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte: Information Age, 2007. p. 957-1009.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Massachusetts, v. 57, n. 1, p. 1-22, springer1987.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

SORTO, Maria Alejandra. **Prospective middle school teachers' knowledge about data analysis and its application to teaching**, 2004. 608 p. Tesis (Doctoral) - Michigan State University, Department of Mathematics, Michigan, 2004.

SORTO, Maria Alejandra et al. Teacher knowledge and teaching in Panama and Costa Rica: a comparative study in primary and secondary education. **Relime - Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, DF, v. 12, n. 2, p. 251-290, jul. 2009.

STOHL, Hollylynne. Probability in teacher education and development. In: JONES, Graham A. **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. New York: Springer, 2005. p. 345-366.

TIMMS - Third International Mathematics and Science Study. **Released items**. Massachusetts: Boston College, 2007. Disponible en: <<http://timss.bc.edu/timss2007/context.html>>. Acceso en: 1 sep. 2014.

TOROK, Rob; WATSON, Jane. Development of the concept of statistical variation: an exploratory study. **Mathematics Education Research Journal**, v. 12, n. 2, p. 147-169, 2000.

WATSON, Jane; KELLY, Ben. Inference from a pictograph: statistical literacy in action. In: BRAGG, Leicha et al. (Eds.); ANNUAL CONFERENCE OF THE MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH GROUP OF AUSTRALASIA, 26., Geelong, 6th-10th July 2003 / MERGA 2003: mathematics education research: innovation, networking, opportunity. **Proceedings of the...** / Geelong: Deakin University, 2003. p. 720-727.

WILD, Chris; PFANNKUCH, Maxine. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, México, DF, v. 67, n. 3, p. 223-265, dec. 1999.

Recebido en: 25.03.2014

Aprobado en: 26.06.2014

Soledad Estrella es profesora asociada del Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Raimundo Olfos es profesor titular del Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso e investigador del Centro de Investigación Avanzada en Educación, CIAE, PUCV.

Arturo Mena-Lorca es profesor titular del Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, director del programa de doctorado de Didáctica de la Matemática, e investigador del Centro de Investigación Avanzada en Educación, CIAE, PUCV.

