

MÉTODOS POLINÓMICOS COMO ESTIMADORES PARA LA RECAUDACIÓN FISCAL: CASO APLICADO AL IMPUESTO SOBRE NÓMINAS EN QUINTANA ROO, MÉXICO

POLYNOMIAL METHODS AS ESTIMATORS FOR TAX COLLECTION: CASE APPLIED TO PAYROLL TAX IN QUINTANA ROO, MEXICO

Sergio Lagunas Puls^(*)

Universidad del Caribe, Cancún (Qr), México

Genaro Aguilar Gutiérrez^(**)

Instituto Politécnico Nacional, México (DF), México

Resumen: En México, los importes por conceptos de impuestos son analizados, discutidos y aprobados por las Cámaras de Diputados con al menos doce meses de anticipación al ejercicio fiscal que aplican, lo que en consecuencia, hace posible complementar una serie de tiempo conformada por recaudación fiscal acontecida en ejercicios pasados, con la expectativa futura para un ejercicio aun no concluido, por tanto, el objetivo del artículo es presentar como alternativa para estimar y medir la recaudación fiscal, el método de interpolación de *Lagrange* y de Aproximación Polinómica por mínimos cuadrados, mismos que no son de uso común como medida de pronóstico en la fiscalidad.

Palabras clave: Recaudación fiscal; Interpolación; Aproximación polinómica.

Abstract: In Mexico, the amounts for tax concepts are analyzed, discussed and approved by the House of Representatives, at least twelve months prior to the applicable fiscal year. This consequently makes it possible to complement a time series consisting of tax collection which occurred in previous years, with the official future expectation and not yet completed current fiscal year. Therefore, the aim of the paper is to present the Lagrange interpolation method and least squares polynomial approximation as an alternative to estimate and measure the tax revenue, both of which are not commonly used in taxation as a measure of prognosis.

Keywords: Tax collection; Interpolation; Polynomial approximation.

(*) Doctor, Profesor e Investigador Titular del Departamento de Economía y Negocios Universidad del Caribe. *E-mail:* <slagunas@ucaribe.edu.mx>.

(**) Doctor. Profesor Titular C en el Posgrado en Ciencias Económicas del Instituto Politécnico Nacional, México. *E-mail:* <ggenaro68mx@yahoo.com.br>. Recibido en: 18.10.2013, aceptado en: 28.05.2014.

I IMPUESTOS Y ÁMBITO DE COMPETENCIA

Los impuestos constituyen una forma para que los gobiernos obtengan recursos, buscando financiar su gestión y también otorgar satisfactores sociales (MANKIW, 2009), luego entonces no es posible concebir que un país, con excepción de territorios *Off-Shore* (DANIELS, RADEBAUGH y SULLIVAN, 2010), pueda mantenerse sin el cobro de impuestos a los contribuyentes, personas físicas o morales, que conforme a las leyes federales o locales deban enterar ciertas cantidades de dinero, determinadas mediante porcentajes o cuotas establecidas (CONGRESO DE LA UNIÓN, 2013a; 2013b; 2013c; 2013d; 2013e; 2013f).

Por lo anterior, es claro comprender que en el margen de atribución, conforme a la circunscripción territorial de cada país, estado o municipio, se impondrán los impuestos que a juicio de cada gobierno sean necesarios, existiendo estudios acerca de la competencia recaudatoria, gestión y revisión de los mismos (PRIETO, 2007; SOBARZO, 2006; TER-MINASSIAN, 2006).

Además de la concepción básica enfocada a obtener recursos, los impuestos han sido considerados como insumo indispensable para el crecimiento y el desarrollo (MOORE, 2007; RAMÍREZ, 2007), en consecuencia es indispensable establecer mecanismos para que sea evaluado el desempeño de la recaudación fiscal ya que de no hacerlo no serían atendidas correcciones presupuestales pertinentes, identificado que en materia fiscal, existe retraso en el reconocimiento de acontecimientos adversos, también retraso legislativo en cuanto al análisis de una iniciativa para reformar las leyes, agravándose con el retraso del impacto en que una norma adecuada se aplica (PARKIN, 2007).

En México, los impuestos que a nivel federal tienen una mayor representatividad son el *Impuesto sobre la Renta* (ISR), el *Impuesto al Valor Agregado* (IVA), el *Impuesto Especial sobre Producción y Servicios* (IEPS), el *Impuesto Empresarial a Tasa Única* (IETU), el *Impuesto General de Importación* (IGI) y el *Impuesto a los Depósitos en Efectivo* (IDE), en conjunto constituyeron al cierre del ejercicio 2012 la cantidad de 1'511,158 millones de pesos (SAT, 2013).

En lo que respecta a los impuestos locales, su representación para los Estados varía en función a las actividades económicas desarrolladas, en el caso particular del Estado de Quintana Roo, en donde se encuentran los destinos de sol y playa más importantes de México y Latinoamérica y la mayor captación de divisas por turismo, como es el caso de Cancún, Playa del Carmen y Tulum, la economía depende de esta actividad dramáticamente, tal es el caso que estudios precedentes demuestran que algunos gravámenes dependen del turismo entre el 86.90% y el 93.93% (BOGGIO *et al.*, 2010).

La Ley de Hacienda para el Estado de Quintana Roo establece aquellos impuestos que son competencia de dicho Estado, destacando el Impuesto sobre Nóminas y Asimilables, seguido por el Impuesto al Hospedaje y algunos otros, no obstante, el gravamen a las nóminas representa el 48.23% con respecto al total de ingresos por concepto de impuestos (CONGRESO DEL ESTADO, 2012a; 2012b), registrando un porcentaje similar desde el año 2000 al 2007 (BOGGIO *et al.*, 2010).

Como se identifica en la *Cuadro 01*, el impacto que tiene el Impuesto sobre Nóminas y Asimilables constituye razón suficiente para fundamentar la pertinencia de propuestas enfocadas a estimar y medir su aportación a la recaudación fiscal, para el interés particular del trabajo, mediante métodos polinómicos cuya aplicación ha mostrado ser valiosa para distintos sectores, abarcando desde estudios de ingeniería civil (BOSQUE y GARCÍA, 2001), aplicaciones de medición en el medio ambiente y situación climática, modelos para predecir la temperatura del arrabio de un horno alto (ROMERO *et al.*, 2000), y muchos más, inclusive la propuesta de Joseph Lagrange es de utilidad recurrente en el campo de las ciencias exactas contemporáneas (BARBOSU, 2008; ZHANG, GUO, HEBEI, 2012).

Ingresos por Impuestos	1,293´043,132	100.00%
Impuesto sobre nóminas y asimilables	623´651,654	48.23%
Impuesto al hospedaje	491´761,426	38.03%
Otros impuestos	177´630,052	13.74%

CUADRO 01

IMPUESTOS MÁS REPRESENTATIVOS EN ESTADO DE QUINTANA ROO: 2013

Fuente: elaboración propia con base en la Ley de Ingresos del Estado de Quintana Roo para el Ejercicio Fiscal 2013.

2 METODOLOGÍA

A partir de trabajos precedentes que plantean la interpolación como un método interesante y robusto para determinar valores de alta precisión (PACHECO, JUÁREZ Y MARTÍNEZ, 2012) y teniendo la comparativa y evaluación de la interpolación de Lagrange con otras metodologías como la Polinomial de Chebyshev (ZHANG, GUO, HEBEI, 2012), se optó por el desarrollo de Lagrange comparándolo con la Aproximación Polinómica por Mínimos Cuadrados (GERALD & WHEATLE, 2000), para estimar el error en ambos casos como lo realizado por Zhang *et al.* (2012).

De considerar la recaudación de un ejercicio acontecido para cada extremo, los valores obtenidos por la interpolación únicamente proporcionan valores aproximados a las cifras acontecidas, no obstante, debido a las características específicas de las leyes de ingresos en México, que incluyen la expectativa para la recaudación del ejercicio inmediato siguiente, aun no acontecido, hacen posible que los métodos de interpolación sirvan como forma de pronóstico, siendo el alcance del presente trabajo presentar la aplicación de dos métodos en específico, Interpolación de *Lagrange* y Aproximación Polinómica por mínimos cuadrados.

Los valores fueron tabulados, incluyendo la variable independiente de interés, conformada con la información de los ejercicios fiscales 2000 a 2012 y además, con la recaudación estimada en la Ley de Ingresos para 2013, se agregaron números consecutivos que representan los ejercicios fiscales con el fin de simplificar los cálculos, $x = 1$ (ejercicio 2000), $x = 2$ (ejercicio 2001), ..., $x = 14$ (ejercicio 2013).

A partir de lo anterior se presenta la estructura de la función utilizada en la propuesta de *Lagrange* y que, considerando al menos 5 ejercicios fiscales, constituye una estructura de interpolación (GERALD y WHEATLEY, 2000) del cuarto grado, de la forma siguiente:

ECUACIÓN 01

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} f_0 + \dots \\
 &\dots + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} f_1 + \dots \\
 &\dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} f_2 + \dots \\
 &\dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} f_3 + \dots \\
 &\dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_4)} f_4
 \end{aligned}$$

En lo que respecta a la Aproximación Polinómica, a partir de los datos tabulados se realizaron estimaciones para integrar un sistema de 6 ecuaciones simultáneas, cada una con seis coeficientes β , además de estimar los valores para la igualdad.

Para lograr lo anterior, cada valor para x fue elevado hasta la quinta potencia y también para obtener los valores correspondientes a cada ecuación del sistema después de la igualdad, además de $\sum y$ también fue necesario determinar $\sum x^1 y, \sum x^2 y, \sum x^3 y, \dots, \sum x^{10} y$.

SISTEMA 01

$$\begin{aligned}
 b_0 n + b_1 \sum x_i + b_2 \sum x_i^2 + b_n \sum x_i^n &= \sum y_i \\
 b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 + b_2 \sum x_i^3 + b_n \sum x_i^{n+1} &= \sum x_i y_i \\
 b_0 \sum x_i^2 + b_1 \sum x_i^3 + b_2 \sum x_i^4 + b_n \sum x_i^{n+2} &= \sum x_i^2 y_i \\
 b_0 \sum x_i^n + b_1 \sum x_i^{n+1} + b_2 \sum x_i^{n+2} + b_n \sum x_i^{2n} &= \sum x_i^n y_i
 \end{aligned}$$

Con esta forma de interpolar, agregando como último punto de y conocido el valor correspondiente a la recaudación fiscal presupuestada, fue posible estimar pronósticos.

#	Ejercicio	i	X	$f(X)$	Recaudación
1	2000	0	X_0	$f(0)$	130´477,482
2	2001	1	X_1	$f(1)$	155´587,237
3	2002	2	X_2	$f(2)$	169´950,057
4	2003	3	X_3	$f(3)$	212´280,903
5	2004	4	X_4	$f(4)$	229´469,328
6	2005	5	X_5	$f(5)$	259´265,518
7	2006	6	X_6	$f(6)$	320´139,820
8	2007	7	X_7	$f(7)$	372´314,855
9	2008	8	X_8	$f(8)$	426´759,378
10	2009	9	X_9	$f(9)$	409´085,375
11	2010	10	X_{10}	$f(8)$	435´092,433
12	2011	11	X_{11}	$f(9)$	469´133,000
13	2012	12	X_{12}	$f(10)$	504´832,000
14	2013	13	X_{13}	$f(11)$	623´651,654

CUADRO 02

INFORMACIÓN GENERAL DE LA RECAUDACIÓN FISCAL DEL IMPUESTO SOBRE NÓMINAS Y ASIMILABLES

Fuente: elaboración propia con datos de la Secretaría de Hacienda de Quintana Roo, obtenidos mediante la Unidad de Transparencia y Acceso a la Información Pública del Poder Ejecutivo.

La información contenida en la *Cuadro 02* haría posible estimar valores interpolados de hasta un doceavo grado, no obstante, debido a la intención de integrar la metodología a un mayor detalle y por la amplitud máxima de un artículo de este tipo, se presentarán interpolaciones de cuarto y quinto grado.

Las hipótesis consideradas son:

H_i En la recaudación del Impuesto sobre Nóminas y Asimilables es posible utilizar la Interpolación de *Lagrange* y la Aproximación Polinómica para obtener pronósticos de la recaudación con un error menor al 0.06 anual.

H_o En la recaudación del Impuesto sobre Nóminas y Asimilables no es posible utilizar la Interpolación de *Lagrange* y la Aproximación Polinómica para obtener pronósticos de la recaudación con un error menor al 0.06 anual.

3 ESTIMACIÓN Y PRONÓSTICO MEDIANTE INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE

En primer lugar se procede a realizar estimaciones de interpolación para períodos ya acontecidos, con la finalidad de evaluar los resultados interpolados con respecto a

la recaudación real de dos ejercicios correspondientes a los años 2002, 2003 y 2004, es decir, $x = 2, x = 3, x = 4$

$x_0 = 1$	$f_0 = 130477482$
$x_1 = 2$	$f_1 = 155587237$
$x_2 = 3$	$f_2 = 169950057$
$x_3 = 4$	$f_3 = 212280903$
$x_4 = 5$	$f_4 = 229468328$

Los resultados obtenidos validan el planteamiento de interpolación al obtener la recaudación correspondiente a los ejercicios 2002, 2003 y 2004.

El siguiente interés fue establecer como medida de pronóstico, la interpolación al cierre de los meses de enero, junio y octubre del 2013, para tal fin se estimarán puntos de interpolación fraccionados, a partir de $x = 13$ que corresponde al ejercicio fiscal 2012, para calcular el estimado de la recaudación parcial a enero del 2013 se determina la fracción de un mes con respecto al año completo, estimada en 8.3333×10^{-2} , para el mes de junio la fracción estimada se multiplica por el número de meses y de esa forma se estima lo correspondiente para el mes de octubre. Debido a que los resultados que se obtienen al cierre de cada mes están expresados en estimación de ejercicios completa, se establece la función que permite obtener los valores mensuales y no acumulados.

INTERPOLACIÓN PARA EL EJERCICIO FISCAL 2002

$$f(2) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)}f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}f_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}f_2 +$$

$$\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}f_3 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}f_4 = 1.5559 \times 10^8$$

INTERPOLACIÓN PARA EL EJERCICIO FISCAL 2003

$$f(3) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)}f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}f_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}f_2 +$$

$$\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}f_3 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}f_4 = 1.6995 \times 10^8$$

INTERPOLACIÓN PARA EL EJERCICIO FISCAL 2004

$$f(4) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)}f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}f_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}f_2 +$$

$$\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}f_3 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}f_4 = 2.1228 \times 10^8$$

ECUACIÓN 02

$$\begin{aligned}
 f(x) = & \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} f_0 + \dots \\
 & \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} f_1 + \dots \\
 & \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} f_2 + \dots \\
 & \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} f_3 + \dots \\
 & \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_4)} f_4
 \end{aligned}$$

A partir de la Ecuación 02 se estiman los pronósticos para la recaudación fiscal de los meses seleccionados del 2013:

$x = 10$ (ejercicio 2009)

$x = 11$ (ejercicio 2010)

$x = 12$ (ejercicio 2011)

$x = 13$ (ejercicio 2012)

$x = 14$ (ejercicio 2013)

$n = 12$

$x_0 = 10$	$f_0 = 409085375$
$x_1 = 11$	$f_1 = 435092433$
$x_2 = 12$	$f_2 = 469133000$
$x_3 = 13$	$f_3 = 504832000$
$x_4 = 14$	$f_4 = 623651654$

PRONÓSTICO POR INTERPOLACIÓN PARA EL MES DE ENERO DEL 2013

$$x = 13.0833$$

$$f(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} f_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} f_2 + \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} f_3 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_4)} f_4 = (4.2484)(10^7)$$

PRONÓSTICO POR INTERPOLACIÓN PARA EL MES DE JUNIO DEL 2013

$$x = 13.5$$

$$f(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} f_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} f_2 + \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} f_3 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_4)} f_4 = (4.5444)(10^7)$$

PRONÓSTICO POR INTERPOLACIÓN PARA EL MES DE OCTUBRE DEL 2013

$$x = 13.833$$

$$f(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)} f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)} f_1 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)} f_2 + \dots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)} f_3 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_0)(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_4)} f_4 = (4.9327)(10^7)$$

Así, es posible estimar la recaudación por periodos parciales de un ejercicio, por lo que resultó importante, a partir de la información correspondiente a los ejercicios 2009 a 2013, obtener valores interpolados para cada uno de los meses del ejercicio 2011 y compararlos con la recaudación mensual acontecida o real del mismo ejercicio, determinando diferencias parciales y absolutas, se consideró también la Ecuación 02.

Continuará

Meses	Pronóstico	Pronóstico acumulado	Real	Real acumulado	Error porcentual absoluto acumulado
Enero	36´523,000	36´523,000	52,700,000	52,700,000	30.70%
Febrero	36´787,000	73´310,000	36,801,000	89,501,000	18.09%
Marzo	37,050,000	110´360,000	34,909,000	124,410,000	11.29%
Abril	37´305,000	147´665,000	38,856,000	163,266,000	9.56%
Mayo	37´553,000	185´218,000	38,071,000	201,337,000	8.01%
Junio	37´797,000	223´015,000	43,491,000	244,828,000	8.91%
Julio	38´031,000	261´046,000	37,397,000	282,225,000	7.50%
Agosto	38´256,000	299´302,000	37,460,000	319,685,000	6.38%

Conclusión

Septiembre	38´477,000	337´779,000	37,335,000	357,020,000	5.39%
Octubre	38´687,000	376´466,000	36,563,000	393,583,000	4.35%
Noviembre	38´892,000	415´358,000	34,018,000	427,601,000	2.86%
Diciembre	39´094,000	454´452,000	41,531,000	469,132,000	3.13%

CUADRO 03

ERROR ACUMULADO A PARTIR DEL PRONÓSTICO POR INTERPOLACIÓN CON RESPECTO A LA RECAUDACIÓN ACONTECIDA DEL IMPUESTO SOBRE NÓMINAS Y ASIMILABLES EN QUINTANA ROO: EJERCICIO FISCAL 2011

Fuente: elaboración propia

Los valores contenidos en la Cuadro 02 permiten identificar que el error acumulado, resultando en un máximo del 3.13%, cabe destacar que el error disminuye conforme el pronóstico se acerca al punto del extremo final de la interpolación.

4 ESTIMACIÓN Y PRONÓSTICO MEDIANTE APROXIMACIÓN POLINÓMICA

Las aproximaciones de este tipo tienen como propósito obtener las betas para la función polinómica de pronóstico, siendo necesario integrar un sistema de ecuaciones simultáneas cuyo número depende de las observaciones para las variables x , y , representado por n , concluyendo que el número de ecuaciones a integrar será de $n + 1$.

Para ejemplificar, se utiliza una estimación aplicada al ejercicio fiscal del 2011 ya que además de obtener los valores correspondientes hace posible comparar los estimados obtenidos por el método de *Lagrange*, conociendo cuál de ellos presenta un menor error, para ello considérese que se debe obtener $\sum x^0, \dots, \sum x^{10}$.

Ejercicio	Consecutivo X	Recaudación Y
2009	10	409´085,375
2010	11	435´092,433
2011	12	469´133,000
2012	13	504´832,000
2013	14	623´651,654
	-----	-----
	60	2,441´794,462

CUADRO 04

INFORMACIÓN BÁSICA PARA LA APROXIMACIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS:
2009-2012

Fuente: elaboración propia

Ejercicio	X^1	X^2	X^3	X^4	X^5
2009	10	100	1,000	10,000	100,000
2010	11	121	1,331	14,641	161,051
2011	12	144	1,728	20,736	248,832
2012	13	169	2,197	28,561	371,293
2013	14	196	2,744	38,416	537,824
	-----	-----	-----	-----	-----
	60	730	9,000	112,354	1'419,000

CUADRO 04-A
INFORMACIÓN BÁSICA PARA LA APROXIMACIÓN POLINÓMICA POR MÍNIMOS
CUADRADOS: 2009-2012

Fuente: elaboración propia

Ejercicio	X^6	X^7	X^8	X^9	X^{10}
2009	1'000,000	10'000,000	100'000,000	1,000'000,000	10,000'000,000
2010	1'771,561	19'487,171	214'358,881	2,357'947,691	25,937'424,601
2011	2'985,984	35'831,808	429'981,696	5,159'780,352	61,917'364,224
2012	4'826,809	62'748,517	815'730,721	10,604'499,373	137,858'491,849
2013	7'529,536	105'413,504	1,475'789,056	20,661'046,784	289,254'654,976
	-----	-----	-----	-----	-----
	18'113,890	233'481,000	3,035'860,354	39,783'274,200	524,967'935,650

CUADRO 04-B
INFORMACIÓN BÁSICA PARA LA APROXIMACIÓN POLINÓMICA POR MÍNIMOS
CUADRADOS: 2009-2012

Fuente: elaboración propia

Con las sumatorias obtenidas en las Tablas 3, 3-A y 3-B, se inicia con la integración de los coeficientes para 10 ecuaciones de la forma expresada en el Sistema 01, conformándose como sigue:

SISTEMA 01

$$5B_0 + 60B_1 + 730B_2 + 9000B_3 + 112354B_4 + 1419000B_5$$

$$60B_0 + 730B_1 + 9000B_2 + 112354B_3 + 1419000B_4 + 18113890B_5$$

$$730B_0 + 9000B_1 + 112354B_2 + 1419000B_3 + 18113890B_4 + 233481000B_5$$

$$9000B_0 + 112354B_1 + 1419000B_2 + 18113890B_3 + 233481000B_4 + 3035860354B_5$$

$$112354B_0 + 1419000B_1 + 18113890B_2 + 233481000B_3 + 3035860354B_4 + 39783274200B_5$$

$$1419000B_0 + 18113890B_1 + 233481000B_2 + 3035860354B_3 + 39783274200B_4 + 524967935650B_5$$

Para completar el sistema de ecuaciones simultáneas es necesario estimar los 6 valores necesarios para después de la igualdad de cada ecuación, lográndose al obtener las sumatorias de $\sum y, \sum x_1y, \sum x_2y, \dots, \sum x_5y$.

Ejercicio	x_1y	x_2y	x_3y	x_4y	x_5y
2009	4,090'853,750	40,908'537,500	409,085'375,000	4'090,853'750,000	40'908,537'500,000
2010	4,786'016,763	52,646'184,393	579,108'028,323	6'370,188'311,553	70'072,071'427,083
2011	5,629'596,000	67,555'152,000	810,661'824,000	9'727,941'888,000	116'735,302'656,000
2012	6.562.816.000	85,316'608,000	1'109,115'904,000	14'718,506'752,000	187'440,587'776,000
2013	8,713'123,156	122,235'724,184	1'711,300'138,576	23'959,201'940,064	335'414,827'160,896
	-----	-----	-----	-----	-----
	29,800'405,669	368,662'206,077	4'619,271'269,899	58'565,692'641,617	750'570,326'519,979

CUADRO 04-C

INFORMACIÓN BÁSICA PARA LA APROXIMACIÓN POLINÓMICA POR MÍNIMOS CUADRADOS: 2009-2012

Fuente: elaboración propia

El sistema de ecuaciones simultáneas que arrojará como resultado el coeficiente para cada una de las β .

SISTEMA 02

$$\begin{aligned}
 5b_0 + 60b_1 + 730b_2 + 9000b_3 + 112354b_4 + 1419000b_5 &= 2.4418 \times 10^9 \\
 60b_0 + 730b_1 + 9000b_2 + 112354b_3 + 1419000b_4 + 1.8114 \times 10^7 b_5 &= 2.9800 \times 10^{10} \\
 730b_0 + 9000b_1 + 112354b_2 + 1419000b_3 + 1.8114 \times 10^7 b_4 + 2.3348 \times 10^8 b_5 &= 3.6866 \times 10^{11} \\
 9000b_0 + 112354b_1 + 1419000b_2 + 1.8114 \times 10^7 b_3 + 2.3348 \times 10^8 b_4 + 3.0358 \times 10^9 b_5 &= 4.6153 \times 10^{12} \\
 112354b_0 + 1419000b_1 + 1.8114 \times 10^7 b_2 + 2.3348 \times 10^8 b_3 + 3.0358 \times 10^9 b_4 + 3.9783 \times 10^{10} b_5 &= 5.8566 \times 10^{13} \\
 1419000b_0 + 1.8114 \times 10^7 b_1 + 2.3348 \times 10^8 b_2 + 3.0358 \times 10^9 b_3 + 3.9783 \times 10^{10} b_4 + 5.2496 \times 10^{11} b_5 &= 7.5057 \times 10^{14}
 \end{aligned}$$

$b_0 = 5.9237 \times 10^8, b_1 = -1.2840 \times 10^6, b_2 = -3.7186 \times 10^6, b_3 = 1.015 \times 10^5, b_4 = 5.091 \cdot 8, b_5 = 553.87$

Por lo tanto, la ecuación predictiva de aproximación polinómica será:

ECUACIÓN 03

$$\hat{Y} = 5.9237 \times 10^8 - 1.2840 \times 10^6 x - 3.7186 \times 10^6 x^2 + 1.015 \times 10^5 x^3 + 5091.8x^4 + 553.87x^5$$

A continuación se presenta el error acumulado, utilizando para ello pronósticos para cada mes del ejercicio fiscal del 2011 para después hacer la comparación correspondiente con la recaudación real.

Meses	Pronóstico	Pronóstico acumulado	Real	Real acumulado	Error porcentual absoluto acumulado
Enero	35'750,000	35'750,000	52'700,000	52'700,000	32.16%
Febrero	35'918,000	71'668,000	36'801,000	89'501,000	19.92%
Marzo	36'098,000	107'766,000	34'909,000	124'410,000	13.38%
Abril	36'292,000	144'058,000	38'856,000	163'266,000	11.76%
Mayo	36'499,000	180'557,000	38'071,000	201'337,000	10.32%
Junio	36'721,000	217'278,000	43'491,000	244'828,000	11.25%
Julio	36'956,000	254'234,000	37'397,000	282'225,000	9.92%
Agosto	37'206,000	291'440,000	37'460,000	319'685,000	8.84%
Septiembre	37'471,000	328'911,000	37'335,000	357'020,000	7.87%
Octubre	37'750,000	366'661,000	36'563,000	393'583,000	6.84%
Noviembre	38'045,000	404'706,000	34'018,000	427'601,000	5.35%
Diciembre	38'357,000	443'063,000	41'531,000	469'132,000	5.56%

CUADRO 05

ERROR ACUMULADO PRONÓSTICO POR APROXIMACIÓN POLINÓMICA CON RESPECTO A LA RECAUDACIÓN ACONTECIDA DEL IMPUESTO SOBRE NÓMINAS Y ASIMILABLES EN QUINTANA ROO: EJERCICIO FISCAL 2011

Fuente: elaboración propia

Tanto la Aproximación Polinómica como el método de *Lagrange* proporcionan pronósticos para un ejercicio futuro, no obstante, debido a la importancia que representa la recaudación analizada en los ingresos tributarios de Quintana Roo, se consideró pertinente incluir en la investigación la comparativa de los valores obtenidos por los dos distintos métodos.

5 CONCLUSIONES

Las formas de calcular pronósticos en la presente investigación, son parte esencial de los métodos y análisis numéricos para las áreas de ciencias exactas, a pesar que se han desarrollado planteamientos robustos y a detalle, sin embargo, no es de orden común ni tampoco suficiente la aplicación específica al área económica y menos aún a la recaudación fiscal, por estas razones la metodología propuesta es novedosa y valiosa.

Debido a que en México las Leyes de Ingresos, tanto federal como locales incluyen cifras correspondientes a recaudación estimada con al menos doce meses de anticipación al ejercicio fiscal en que tengan vigencia, es posible aplicar métodos de interpolación como pronosticadores de la recaudación, constituyendo los valores consignados en las leyes el último de los puntos en un margen interpolador. Lo anterior se logra al considerar los importes contemplados en las leyes como el último de los puntos de un rango interpolador.

En el desarrollo de los modelos y obtención de resultados se utilizaron planteamientos polinómicos de quinto grado, específicamente para los pronósticos se observó la recaudación real correspondientes a los años 2009 a 2012 y además, la recaudación estimada en la Ley de Ingresos para el Estado de Quintana Roo en el ejercicio 2013, no obstante, el grado de los polinomios puede ser mayor, tan alto como el número de años de recaudación real se disponga más la considerada en ley de ingresos.

La recaudación pronosticada mediante Interpolación de *Lagrange* arrojó un error acumulado del 3.13%, mientras que la Aproximación Polinómica por Mínimos Cuadrados mostró un error del 5.56%, dejando en claro que en los dos casos no es de gran significancia.

Fueron comparados los valores obtenidos por ambos métodos, en los meses de enero, junio y octubre del 2011, observando que existen diferencias en las cantidades obtenidas, siendo la discrepancia acumulada de solamente el 0.005 respecto del total de la recaudación para todo el ejercicio 2013.

Debido a las observaciones y resultados por los dos métodos polinómicos contemplados en el alcance del trabajo, se concluye que también es posible aplicar como modelos de pronóstico para la recaudación fiscal, los métodos de interpolación por Diferencias Divididas y el conocido como método de *Neville*, en ambos la interpolación puede adoptar distintos grados dando margen a pronósticos que incluyan diversos ejercicios fiscales acontecidos junto con el último punto del margen de interpolación constituido por la recaudación oficial estimada en las leyes de ingresos.

Los métodos desarrollados pueden permitir al ejecutivo estatal establecer una mejor aplicación de los recursos, siempre observando la restricción de los montos incluidos en la Ley de Ingresos, esto se lograría distribuyendo un máximo de recursos conforme al pronóstico y el excedente obtenido de la recaudación real o acontecida puede ser utilizado para metas y programas no contemplados en la operación del ejercicio en curso, recomendando utilizar el pronóstico obtenido mediante interpolación pues resultó ser más conservador en la expectativa recaudatoria.

El contenido desarrollado representa en sí mismo una guía de aplicación para realizar análisis numéricos enfocados a estimar y medir la recaudación fiscal, no siendo limitativo a un gravamen en específico ni tampoco a la competencia de recaudatoria, es decir, tienen posibilidad de extrapolar su medición a nivel federal, estatal y municipal.

En ambos métodos aplicados se aprecia que el error acumulado disminuye a medida que se calculan los pronósticos al pasar de los meses y hasta completar un ejercicio, sin embargo los resultados mostraron un error mínimo acumulado anual, evidenciando que las aplicaciones contempladas en el artículo sí se orientan al cumplimiento de los montos establecidos en las leyes de ingresos.

Se determinaron los elementos suficientes para rechazar la hipótesis nula, estando en el supuesto, afirmativo, que los métodos polinómicos sí aportan pronósticos para la recaudación fiscal con un error menor al 6.00% anual.

6 BIBLIOGRAFÍA

6.1 LIBROS Y REVISTAS

BARBOSU, Dan. A Note on the Bivariate Lagrange Interpolation Polynomials. *American Journal of Applied Sciences*, v. 5, n. 12, p. 1750-1753, 2008.

BOGGIO, Juan Bautista; GUILLÉN, Rodrigo; LAGUNAS, Sergio; VALLEJO, Jorge. *Emprendedores, Drucker y fiscalidad*. México: Universidad del Caribe, 2010.

BOSQUE SENDRA, Joaquín; GARCÍA, Rosa. Métodos de interpolación para la elaboración de un modelo digital de elevaciones. *Estudios Geográficos*, v. 62, n. 245, p. 605-620, 2001.

DANIELS, John; RADEBAUGH, Lee; SULLIVAN, Daniel. *Negocios Internacionales, ambientes y operaciones*. México: Pearson, 2010.

GERALD, Curtis; WHEATLEY, Patrick. *Análisis Numérico con Aplicaciones*. México: Pearson/Prentice Hall, 2000.

GUTIÉRREZ, José Alberto; OLMOS, Miguel Ángel; CASILLAS, Juan. Martín. *Análisis numérico*. México: Mc Graw Hill, 2010.

HOFFMANN, Lawrence; BRADLEY, Gerald; ROSEN, Kenneth. *Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales*. México: McGraw Hill, 2006.

LORÍA, Eduardo. *Econometría con aplicaciones*. México: PEARSON Prentice Hall, 2007.

MANKIW, Greg. *Principios de Economía*. México: Cengage Learning Editores, 2009.

MOORE, Mick. Cómo afecta la tributación a la calidad de la gobernación? *El Trimestre Económico*, v. 74, n. 294, p. 281-325, abril-junio, 2007.

PACHECO-MARTÍNEZ, N. J.; JUAREZ-TOLEDO, C.; MARTINEZ-CARRILLO, I. Análisis dinámico de la estabilidad usando interpolación de alto orden. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, v. 08, n. 04, p. 451-460, octubre-diciembre, 2012.

PARKIN, Michael; ESQUIVEL; Gerardo; MUÑOZ, Mercedes. *Macroeconomía versión para Latinoamérica*. México: Pearson Addison Wesley, 2007.

PRIETO, Jesús Ramos. La distribución de las competencias de gestión, recaudación, inspección y revisión en materia tributaria y la reforma de los estatutos de autonomía. *Revista de Estudios Regionales*, Andalucía, n. 78, p. 365-385, enero-abril, 2007.

RAMÍREZ, Eduardo. La política fiscal desde una perspectiva de crecimiento endógeno, equilibrio presupuestal y fluctuaciones de corto plazo. *Problemas del Desarrollo Revista Latinoamericana de Economía*, v. 39, n. 152, enero-marzo 2008.

ROMERO, Miguel Ángel; JIMÉNEZ, Juan; MONCHÓN, Javier; MENÉNDEZ, José Luis; FORMOSO, Antonio; BUENO, Francisca. Predicción y simulación, mediante lógica difusa, de la temperatura de salida del arrabio en un horno alto. *Revista de Metalurgia*, v. 36, n. 01, p. 40-46, 2000.

SOBARZO, Horacio. Esfuerzo y potencialidad fiscal de los gobiernos estatales en México, Un sistema fiscal representativo. *El trimestre económico*, v. 73, n. 222, p. 809-861, octubre-diciembre, 2006.

TER-MINASSIAN, Teresa. Fiscal Rules for Subnational Governments: Can They Promote Fiscal Discipline? *OECD Journal on Budgeting*, v. 06, n. 03, 2007.

WOOLDRIDGE, Jeffrey Marc. *Introducción a la econometría, un enfoque moderno*. México: CENGAGE Learning, 2010.

ZHANG, Xiangmei; GUO, Xianzhou; HEBEI Anping Xu. Computations of Fractional Differentiation by Lagrange Interpolation Polynomial and Chebyshev Polynomial, *Information Technology Journal*, v. 11, n. 04, p. 557-559, 2012.

6.2 FUENTES DOCUMENTALES

CONGRESO DE LA UNIÓN. *Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos*, (2013a). Disponible en: <<http://www2.scjn.gob.mx/red/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

_____. *Ley del Impuesto sobre la Renta, México*, (2013b). Disponible en <<http://www2.scjn.gob.mx/red/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

_____. *Ley del Impuesto al valor Agregado, México*, (2013c). Disponible en: <<http://www2.scjn.gob.mx/red/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

_____. *Ley del Impuesto Especial sobre Producción y Servicios, México*, (2013d). Disponible en: <<http://www2.scjn.gob.mx/red/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

_____. *Ley del Impuesto Empresarial a Tasa Única, México*, (2013e). Disponible en: <<http://www2.scjn.gob.mx/red/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

_____. *Ley del Impuesto a los Depósitos en Efectivo, México*, (2013f). Disponible en: <<http://www2.scjn.gob.mx/red/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

CONGRESO DEL ESTADO DE QUINTANA ROO. *Ley de Hacienda del Estado de Quintana Roo*, (2013a). Disponible en: <<http://www.congresoqroo.gob.mx/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

_____. *Ley de Ingresos del Estado de Quintana Roo para el Ejercicio Fiscal 2013*, (2013b). Disponible en: <<http://www.congresoqroo.gob.mx/leyes/>> fecha de consulta 18 de abril del 2013.

SERVICIO DE ADMINISTRACIÓN TRIBUTARIA. *Informe tributario al cuarto trimestre del 2012, 2013*. Disponible en: <http://www.sat.gob.mx/sitio_internet/informe_tributario/informe2012t4/>.

7 APÉNDICES

FUNCIONES POLINÓMICAS E INTERPOLACIÓN

Un polinomio es una expresión algebraica que incluye dos o más términos, siendo posible que estos términos compartan, o no, una misma variable, en todo caso las variables pueden expresar una determinada potencia o subíndice, constituyendo la potencia máxima o el mayor subíndice lo que se conoce como grado del polinomio, una función que denota la forma polinómica (HOFFMAN, BRADLEY y ROSEN, 2006) es la siguiente:

ECUACIÓN 04

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$a = \text{constantes}$

$x = \text{variable}$

$n = \text{potencia}$

Usualmente los polinomios se ordenan iniciando con el grado o potencia máximo, de izquierda a derecha (GUTIÉRREZ, OLMOS y CASILLAS, 2010), no obstante es posible encontrar un orden inverso en la función cuando son utilizados como medida de pronóstico en donde las constantes por uso econométrico se representan por betas (WOOLDRIDGE, 2010; LORÍA, 2007), siendo de especial interés comprender que la riqueza de los análisis polinómicos no radica en la resolución de una función previamente determinada, sino por el contrario, la verdadera riqueza de este tipo de funciones es plantearla a partir de las variables de interés, como en este caso corresponde el Impuesto a las Nóminas y Asimilables, por ello se decidió evaluar la aplicación de los métodos de Aproximación Polinómica por mínimos cuadrados y también el planteamiento de interpolación de *Lagrange*.

En lo que se refiere a la propuesta de *Lagrange*, la ecuación para obtener un valor interpolado no asume la forma establecida en la Notación 1 ya que en su método no es necesario calcular coeficientes para los valores de las betas, no obstante sí se establecen tantos subíndices como grado de interpolación se tenga interés en plantear.

ECUACIÓN 05

$$L_{n,i}(x) = \prod \frac{x-x_j}{x_i-x_j} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}, i = 0, 1, \dots, n$$

Respecto al concepto de interpolación, se debe entender como la acción de calcular el valor aproximado de una magnitud en un intervalo cuando se conocen algunos de los valores que toma a uno y otro lado de dicho intervalo, en consecuencia, al conocer la recaudación del ejercicio fiscal del año 2000, ésta representa uno de los extremos y la recaudación de cualquiera de los ejercicios fiscales posteriores al año 2000 representaría el segundo extremo, ambos necesarios para obtener valores interpolados.